



PRIMENA HILOVE FUNKCIJE ZA OPIS DISTRIBUCIJE  
BOGATSTVA HILJADU NAJBOGATIJIH LJUDI SVETA

APPLICATION OF HILL'S EQUATION FOR DESCRIBING  
THE DISTRIBUTION OF WEALTH OF THOUSAND RICHEST  
PEOPLE OF THE WORLD

Zoran Tomić

Ekonomski fakultet, Univerzitet u Nišu, Niš

**Rezime:** U ovom radu izvršena je analiza distribucije bogatstva 1000 najbogatijih ljudi sveta za 2009., 2010., 2011. i 2014. godinu po podacima na Forbsovom sajtu. Za analizu korišćena je Paretova funkcija i izvršena je provera primene Hilove funkcije za opis distribucije bogatstva. Na osnovu analize utvrđeno je da u posmatranom periodu postojala promena u ravnomernosti distribucije bogatstva, gde je najneravnomernija raspodela bila u 2011. godini, a najravnomernija u 2014. godini. Takođe, na osnovu vrednosti koeficijenata determinacije utvrđeno je da Hilova funkcija bolje opisuje distribuciju bogatstva hiljadu najbogatijih ljudi sveta nego što to čini Paretova funkcija.

**Ključne reči:** Paretov model, Hilova funkcija, distribucija bogatstva.

**Summary:** In this paper, an analysis of the distribution of wealth of 1000 richest people in the world for 2009, 2010, 2011 and 2014 was done according to data on the Forbes website. For analysis, Pareto function was used and also check of application of the Hill functions to describe the distribution of wealth was done. Based on the analysis it was found that in this period there was a change in the uniformity of distribution of wealth, where the most unbalanced distribution was in 2011, and the most balanced in 2014. Also on the basis of values of determination it was found that the Hill function better describes the distribution of wealth of thousand richest people in the world than the Pareto function does.

**Key words:** Pareto's model, Hill's equation, distribution of wealth.

## 1. UVOD

Bogatstvo se definiše na različite načine u zavisnosti od autora i od vremena kada je definicija nastala. Trenutna definicija bogatstva glasi: "bogatstvo u ekonomskom smislu obuhvata: a) sve stvari koje imaju novčanu vrednost ili su razmenljive, b) bilo šta što ima korisnost i sposobnost da bude izdvojeno ili razmenjeno" [7].

Bogatstvo je tema brojnih radova. Počevši od merkantilista koji su kao bogatstvo videli samo plemenite metale, preko Adama Smita koji je u svom kapitalnom delu "Bogatstvo naroda" definiše bogatstvo kao kombinaciju materijala, rada, zemlje i tehnologije na taj način da se njihovom kombinacijom ostvaruje profit. Na taj način je kritikovao merkantilističko shvatanje bogatstva [1, s. 90]. Ovu teoriju su dalje razrađivali i ostali pripadnici klasične ekonomije kao što su Dejvid Rikardo, Džon Lok, Džon Stjuart Mil i dr.

I na drugoj strani, marksisti, su se takođe bavili pitanjem bogatstva. Marks je putem svoje radne teorije vrednosti u "Prilog kritici političke ekonomije" pravi razliku između materijalnog bogatstva i ljudskog bogatstva. Izvor ljudskog bogatstva su ljudski odnosi, a materijalnog zemlja i rad. [1, s. 245]

Bogatstvo se izražava kao neto bogatstvo pojedinca, domaćinstva ili nacije. To je vrednost imovine kada se umanj za iznos obaveza u određenom trenutku vremena (aktiva - pasiva).

Za nosioce makroekonomske politike je važno da sagledaju distribuciju bogatstva populacije. Jedan od ciljeva koje svaka vlast želi da ostvari jeste ostvarivanje zadovoljavajuće stope rasta i razvoja privrede. Pored velikog broja pokazatelja (naturalno izraženih, ekonomsko-socijalnih, naučno tehnoloških i vrednosno izraženih), jeste i stepen ravnomernosti distribucije bogatstva.

Pitanje bogatstva i njegove distribucije je aktuelno i danas i veliki broj autora se bavi proučavanjem raspodele bogatstva. Koriste se razni modeli i tipovi raspodele, od kojih je Paretov za sad najzastupljeniji. Vremenom se formiraju novi modeli koji se sve više koriste, kao što su gasni modeli bez štednje, sa uniformnom štednjom i sa neravnomernom štednjom koji pokušavaju na osnovu dobro poznatih zakona termodinamike da opišu ekonomsku realnost koja nas okružuje.

U ovom radu bavili smo se proučavanjem raspodele bogatstva 1000 najbogatijih ljudi sveta za periode 2009, 2010. i 2011. godinu, kao i za najnoviju listu koja se može pronaći na internet prezentaciji Forbes magazina. U analizi ove distribucije primenjen je Paretov model distribucije pomoć kojeg će biti utvrđen stepen neravnomernosti u raspodeli bogatstva, kao i testiranje primenljivosti Hilove funkcije u opisu distribucije posmatranih podataka.

## 2. METODOLOGIJA

U analizi podataka distribucije bogatstva 1000 najbogatijih ljudi sveta uzeti su podaci za 2009, 2010, 2011. godinu i poslednji podaci koji su pronađeni na sajtu Forbes magazina od 13.05.2014. godine. Za analizu korišćen je Paretov model koji je najzastupljeniji u analizama ovog fenomena, na osnovu kojeg će se pratiti dinamika promene faktora ravnomernosti distribucije bogatstva. Po prvi put biće primenjena Hilova funkcija kojom će se opisati distribucija bogatstva za navedene periode, i biće izvršena uporedna analiza uspešnosti opisa navedenih podataka između Paretovog modela i Hilove funkcije. U nastavku biće ukratko predstavljeni Paretov model distribucije i Hilova funkcija.



Paretova distribucija bogatstva predstavlja odnos između pozicije pojedinca koju on zauzima na listi bogatstva i njegovog bogatstva, tj.:

$$w_n = A \cdot r^{-\beta}$$

gde je:  $r$  – pozicija koju pojedinac zauzima na listi prema iznosu svog bogatstva,  $w_n$  – neto bogatstvo pojedinca,  $A$  – konstanta,  $\beta$  – eksponent koji je povezan sa Paretovim eksponentom sledećom relacijom

$$\beta = \frac{1}{\alpha}$$

gde je  $\alpha$  Paretov eksponent [4, s. 90].

Paretov eksponent nam pokazuje stepen neravnomernosti u raspodeli bogatstva. Ako se Paretov eksponent smanjuje, to znači da je distribucija bogatstva neravnomernija. To znači da veći deo ukupnog bogatstva odlazi u ruke pojedinca.

Hilova funkcija je prvi put primenjena u farmakologiji [2, s.633]. Hilova funkcija u matematici je homogena linearna diferencijalna funkcija drugog reda:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + f(x) = 0$$

gde je  $f(t)$  periodična funkcija. Naziv je dobila po Džordžu Vilijamu Hilu koji je izveo 1886. godine. Ova funkcija ima veliku primenu u biohemiji i farmakologiji, a uz određene transformacije može se svesti na logističku funkciju koja ima veliku primenu u ekonomiji u istraživanjima inflacije, cena dobara, kupovne moći novca, proučavanju zaposlenosti i nezaposlenosti itd [6]. U ovom radu korišćena je Hilova funkcija za opis distribucije bogatstva 1000 najbogatijih ljudi sveta u sledećem obliku:

$$f = A_1 + \frac{A_2 - A_1}{1 + \left(\frac{x}{x_0}\right)^p}$$

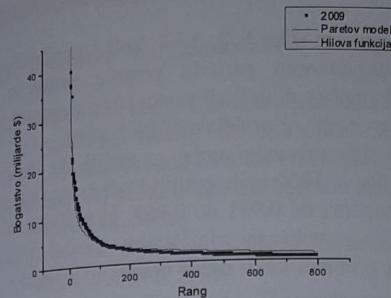
gde su:

$A_1, A_2, x_0$  – parametri,

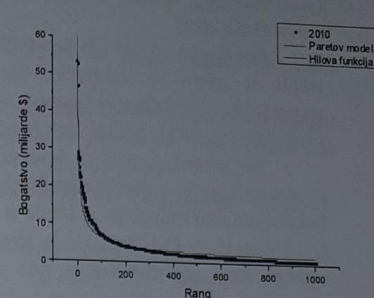
$p$  – parametar ravnomernosti distribucije.

### 3. REZULTATI I DISKUSIJA

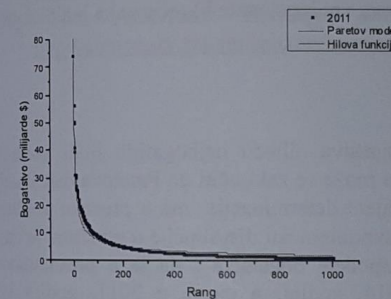
Na osnovu dobijenih podataka za 1000 najbogatijih ljudi sveta u periodu 2009., 2010., 2011. i 2014. godine kreirani su grafici zavisnosti nivoa bogatstva od ranga. Izvršena je analiza grafika i prikazano je slaganje Paretovog modela (crvena linija) i Hilove funkcije (plava linija) sa empirijskim podacima. Analizirani su podaci koji su dostupni na sajtu Forbes magazine ([www.forbes.com](http://www.forbes.com)).



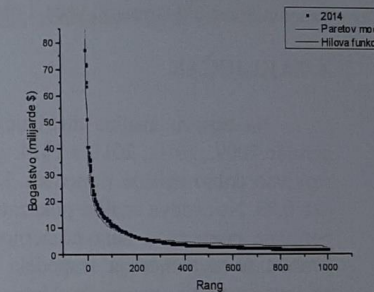
Slika 1. Distribucija bogatstva za 2009. godinu



Slika 2. Distribucija bogatstva za 2010. godinu



Slika 3. Distribucija bogatstva za 2011. godinu



Slika 4. Distribucija bogatstva za 2014. godinu

U tabeli 1 prikazane su dobijene vrednosti za koeficijent ravnomernosti za Paretov model i Hilovu funkciju zajedno sa koeficijentom determinacije za oba modela ( $R^2$ ).

Tabela 1. Dobijene vrednosti parametara ravnomernosti za Paretov model i Hilovu funkciju

Godina	2009.		2010.		2011.		2014.	
	$\alpha/p$	$R^2$	$\alpha/p$	$R^2$	$\alpha/p$	$R^2$	$\alpha/p$	$R^2$
Paretov model	1,92±0,01	0,938	1,90±0,01	0,931	1,88±0,01	0,953	1,94±0,01	0,939
Hilova funkcija	0,629±0,010	0,991	0,590±0,010	0,988	0,471±0,007	0,994	0,629±0,007	0,994



Izvor: Podatke je obradio autor rada na osnovu podataka dobijenih sa sajta Forbes magazina (www.forbes.com)

Na osnovu dobijenih parametara iz analize slika 1, 2, 3 i 4, koji su prikazani u tabeli 1, može se zaključiti da u posmatranom periodu postoje promene u ravnomernosti distribucije bogatstva hiljadu najbogatijih ljudi sveta. Najneravnomernija raspodela je u 2011. godini, dok je najravnomernija raspodela u 2014. godini.

Na osnovu vrednosti koeficijenta determinacije može se uočiti da Paretov model ne opisuje najbolje distribuciju bogatstva 1000 najbogatijih ljudi sveta. Njegov koeficijent determinacije se kreće u vrednostima od 0,931 do 0,953. U radu Radović O., i Tomić Z. [5] izvršena je analiza gde je pokazano da Paretov model odlično opisuje donji deo distribucije, gde postoji problem kako ovim modelom opisati sam vrh distribucije.

Sa druge strane Hilova funkcija u navedenom obliku opisuje odlično raspodelu bogatstva jer se koeficijent determinacije za ovu funkciju kreće u vrednostima većim od 0,99 (osim za 2010. godinu kada je približno 0,99) što govori o visokom stepenu slaganja empirijskih podataka sa modelom koji je korišćen. Takođe, može se primetiti da parametar  $p$  iz Hilove funkcije se kreće istom dinamikom kao i Paretov parametar ravnomernosti, i ukazuje nam da ako njegova vrednost raste i kreće se ka jedinici da je ravnomernost u distribuciji veća, i obrnuto.

#### 4. ZAKLJUČAK

Na osnovu analize distribucije bogatstva hiljadu najbogatijih ljudi sveta za periode 2009., 2010., 2011. i 2014. godina može se zaključiti da Paretova distribucija realtivno dobro opisuje raspodelu. Koeficijent determinacije ima u proseku vrednost oko 0,93. Na osnovu analize pokazatelja ravnomernosti distribucije  $\alpha$  utvrđeno je da je postojala promena u neravnomernosti raspodele bogatstva i da je u posmatranom periodu najravnomernija raspodela u 2014. godini, a da je u 2011. godini bila najneravnomernija raspodela. Upoređivanjem koeficijenta determinacije za Paretov model i Hilovu funkciju uvđa se da Hilova funkcija znatno bolje opisuje amu distribuciju, jer se vrednosti  $R^2$  parametra za ovu funkciju kreću u vrednosti oko 0,99. Sa druge strana samo ekonomsko značenje ovih parametra treba biti zadatak daljih istraživanja, ali se na osnovu analize kretanja stepena  $p$  može zaključiti da ovaj parametar predstavlja pokazatelj neravnomernosti u raspodeli bogatstva, sa pravilom da kada njegova vrednost raste i kreće se ka 1 da je ravnomernost u raspodeli veća i obrnuto. Neravnomernost u raspodeli bogatstva predstavlja pojavu da manji broj članova određene grupe poseduje veću količinu bogatstva.

Dalja istraživanja trebaju ići u pravcu da se obuhvati što veći deo svetske populacije u analizi distribucije bogatstva i pokuša da se utvrdi na osnovu empirijskog istraživanja koji od ponuđenih teorijskih modela, da li Paretova, Hilova ili Bolcmanova, Gibsova distribucija koja je često primenjivana od strane ekonofizičara, najbolje opisuje raspodelu bogatstva i na kom delu raspodele. Takođe u daljim istraživanjima pažnja treba biti posvećena analizi ekonomske interpretacije Hilove funkcije za distribuciju bogatstva.

#### LITERATURA

- [1] Blagojević O., Sekulović M., Ekonomske doktrine, Privredni pregled, Beograd, 1990.
- [2] Goutelle S. et al, The Hill equation: a review of its capabilities in pharmacological modeling, Socie' te' Franc,aise de Pharmacologie et de The rapeutique Fundamental and Clinical Pharmacology, 2008., 22, 633 – 648.
- [3] Klass O., et. all., The Forbes 400 and the Pareto wealth distribution, Economics Letters 90, 2005.
- [4] Levy M., Solomon S., New evidence for the power-law distribution of welth, Physica A 242, 1997.
- [5] Radović O. Tomić Z., The distribution of wealth of 1000 the World's richest people, The Challenges of Economic Science and practice in the 21<sup>st</sup> century, Faculty of Economics, Niš.
- [6] Ramos R.A., Logistic function as a forecasting model: it's application to Bussines and Economics, International Jorunal of Engineering and Applied Sciences, 2012., March 2013. Vol. 2, No.3, 29 – 36.
- [7] The American Heritage Dictionary of the English language, <http://dictionary.reference.com/browse/wealth>, poseta 10. maj 2014.