

KOMPROMISNA VEROVATNOĆA I KONCEPT PRAGOVA PERCEPCIJE U ANALIZI VELIKIH VODA

UDK : 532.57

Nikola Đokić¹⁸, Borislava Blagojević¹⁹, Vladislava Mihailović²⁰

Rezime

Nepotpuni nizovi maksimalnih godišnjih protoka u profilima hidroloških stanica često se sreću u inženjerskoj praksi. U SAD je u okviru preporuka za ocenu velikih voda – Bilten 17c uveden koncept pragova percepcije, koji predstavlja još jednu mogućnost za prevazilaženje problema nepotpunih nizova. Empirijska verovatnoća se u ovim preporukama aproksimira kompromisnom verovatnoćom prema Hiršu i Štedingeru. Radom su obuhvaćeni različiti slučajevi koji ilustruju vezu kompromisne verovatnoće i pragova percepcije, sa prikazom nekoliko primera sa hidroloških stanica na teritoriji Republike Srbije.

Ključne reči: *Nepotpuni niz podataka, velike vode, prag percepcije, kompromisna verovatnoća*

COMPROMISE PROBABILITY AND PERCEPTION THRESHOLD CONCEPT IN THE HIGH WATER ANALYSIS

Abstract

Incomplete series of maximum annual flows in the profiles of hydrological stations are often encountered in engineering practice. In the USA, the concept of perception thresholds has been introduced within the recommendations for the assessment of high waters - Bulletin 17c, which represents another possibility for overcoming the problem of incomplete series. Empirical probability is approximated in these recommendations by a compromise probability according to Hirsch and Stedinger. The paper covers

¹⁸ Nikola Đokić, student DAS. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, nikolavdjokic995@gmail.com

¹⁹ Dr Borislava Blagojević, docent. Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, borislava.blagojevic@gaf.ni.ac.rs

²⁰ Dr Vladislava Mihailović, docent. Šumarski fakultet Univerziteta u Beogradu, vladislava.mihailovic@sfb.bg.ac.rs

various cases that illustrate the relationship between the compromise probability and perception thresholds, with the presentation of several examples from hydrological stations in the territory of the Republic of Serbia.

Key words: *Incomplete data series, high waters, perception threshold, compromise probability.*

1. UVOD

Analiza hidroloških nizova predstavlja proceduru u kojoj se na samom početku, u okviru provere podataka, utvrđuje reprezentativnost, homogenost i slučajnost uzorka. Neizvesnost konačnog rezultata analize veća je ukoliko postoje prekidi u osmatranjima, čime se smanjuje obim uzorka koji bi trebalo da odražava stanje razmatrane populacije. Prema tome, jedan vid utvrđivanja reprezentativnosti hidroloških nizova odnosi se na celovitost (potpunost) niza [1]. Postoje razne metode za popunjavanje nepotpunih nizova podataka. Najčešće, u praksi ovakvi nizovi dopunjuju se konkretnim vrednostima na osnovu podataka sa drugih srodnih hidroloških stanica (HS) [2].

Posmatrajući period osmatranja kao uslov reprezentativnosti zabeleženog niza, potrebno je da u hidrološkom smislu, raspoloživi niz reprezentuje posmatrani proces u celini – niz je dovoljno dug da uključi stanja procesa u smislu vodnosti obuhvaćenog perioda. Smatra se da niz sa više od 30, a u nekim slučajevima, 25 godina osmatranja, u opštem slučaju ispunjava kriterijum reprezentativnosti sa gledišta najkraćeg merodavnog perioda osmatranja [3]. Kada se raspolože odgovarajućim ulaznim podacima, statistička analiza nizova formiranih metodom godišnjih maksimuma, predstavlja osnovni pristup u analizi velikih voda.

Zahvaljujući uvedenom poboljšanju metode za ocenu parametara Log-Pirson 3 (LP3) teorijske raspodele verovatnoće pomoću Algoritma očekivanih momenata (*Expected Moments Algorithm – EMA*) u kombinaciji sa Hirš-Štedingerovom kompromisnom verovatnoćom, omogućeno je da se nezabeleženi protoci predstave pomoću intervala ili pragova percepcije. Pomenuta poboljšana metoda uvedena je u okviru nedavne revizije Preporuka za ocenu velikih voda u SAD – Biltena 17c (B17c) [4], koji uvodi koncept pragova percepcije.

Pragovi percepcije (PP) definišu se donjim pragom percepcije (DPP) i gornjim pragom percepcije (GPP). DPP predstavlja najnižu

vrednost maksimalnog protoka koja je mogla biti zabeležena, dok GPP predstavlja najveću. Neformalna definicija PP je da oni definišu „vidljivi opseg” velikih voda [4].

2. ALGORITAM OČEKIVANIH MOMENATA

Algoritam očekivanih momenata je postupak uveden u okviru B17c u čijem središtu je uopštena metoda momenata uvedena radi poboljšanja ocene parametara LP3 raspodele. EMA omogućava direktno uklapanje LP3 raspodele u osmotrene podatke, koristeći čitav skup podataka: Istovremeno uzima u obzir informacije o regionalnom koeficijentu asimetrije i istorijskim velikim vodama, prilagođava sve potencijalno uticajne niske vrednosti ekstrema (donje izuzetke), godine bez registrovanih protoka i cele godine u kojima su reke presušile. U situacijama kada se statistička analiza sprovodi samo na osnovu osmotrenih vrednosti protoka, metoda očekivanih momenata se svodi na običnu metodu momenata. EMA koristi intervale zabeleženih ekstremnih protoka $Q_{y,lower}$ i $Q_{y,upper}$ za ocenu momenata LP3 raspodele, kojima se može predstaviti nepouzdanost izmerenog protoka. Interval koji je definisan preko PP – $T_{y,lower}$ (DPP) i $T_{y,upper}$ (GPP), a postavlja se u godinama kada protok nije izmeren, figuriše u oceni intervala poverenja i drugih pokazatelja neizvesnosti u oceni kvantila velikih voda. PP se postavljaju obavezno i za ceo istorijski period, koji se definiše ukoliko postoji zabeležen istorijski maksimum pre početka rada stanice. U opštem slučaju, za osmotrene protoke mogu se postaviti pragovi da budu jednaki nula - donji i beskonačno – gornji.

Redosled faza proračuna po kome softverski paket *Hydrologic Engineering Center-Statistical Software Package* (HEC-SSP) radi analizu velikih voda prema B17c je sledeći:

1. Identifikacija donjih izuzetaka primenom višestrukog Grubs-Bekovog testa;
2. Organizacija svih intervala protoka i PP za ocenu parametara i intervala poverenja;
3. Početak iterativnog prilagođavanja svih podataka LP3 raspodeli korišćenjem očekivanih momenata, uzimajući u obzir i regionalni koeficijent asimetrije;
4. Ocena varijanse kvantila i proračun intervala poverenja zasnovanom na prilagođenom LP3 modelu, ocena neizvesnosti koeficijenta asimetrije.

U sledećoj tabeli (Tabela 1) predstavljene su sličnosti i razlike koje se koriste u postupku određivanja kvantila velikih voda prema preporukama iz Biltena 17b (B17b) i B17c. B17c predstavlja reviziju B17b koji je bio na snazi više od 30 godina.

Tabela 1. Razlike između B17b i B17c (Na osnovu [4])

Postupak	Bilten 17b	Bilten 17c
Teorijska raspodela verovatnoće	LP3	LP3
Kompromisna verovatnoća	Mogućnost izbora (Vejbul, Hejzn...)	Hirš-Štedinger
Identifikacija izuzetaka	Jednostruki Grubs-Bekov test	Višestruki Grubs-Bekov test
Ocena parametara raspodele	Metoda momenata	Algoritam očekivanih momenata
Prilagođavanje krive raspodele	Na osnovu osmotrenih protoka. Pruža mogućnost uključivanja i krive očekivane verovatnoće.	Uključuje se čitav skup podataka (istorijske velike vode, potencijalno uticajne niske vrednosti...)
Rad sa nepotpunim nizovima osmatranja	Zanemaruje godine bez protoka	Zahteva da se za godine bez protoka definišu PP.

3. EMPIRIJSKA FUNKCIJA RASPODELE VEROVATNOĆE I KOMPROMISNA VEROVATNOĆA

Uređeni uzorak - podaci o maksimalnim godišnjim protocima nanose se na papir verovatnoće, a na x-osu se nanosi empirijska funkcija raspodele. Empirijska funkcija raspodele se određuje preko kompromisne verovatnoće, čija je opšta formula:

$$p_i = \frac{i-a}{n+1-2a} \quad (1)$$

gde je:

i – redni broj slučajne promenljive u uređenom uzorku,

α – korekcionni faktor koji ima svrhu da omogući korektniju procenu empirijske verovatnoće najvećih i najmanjih vrednosti slučajne promenljive,

n – ukupan broj elemenata u uzorku.

Parametar α ima vrednost jednaku 0 kod Vejbulove raspodele i preporučuje se kao podrazumevana vrednost u skladu sa dosadašnjom praksom. Ovaj parametar ima sledeće vrednosti za različite kompromisne verovatnoće:

$$\alpha = 0.40 \text{ – Kanen (Cunnane),}$$

$$\alpha = 0.44 \text{ – Gringorten,}$$

$$\alpha = 0.50 \text{ – Hejzn (Hazen),}$$

$$\alpha = 0.30 \text{ - Medijana}$$

Na osnovu nekih od kriterijuma za kvalitet ocena statističkih parametara [5], predloženi su različiti izrazi za računanje kompromisne verovatnoće, pri čemu B17c preporučuje korišćenje kompromisne verovatnoće prema Hirš-Štedingeru [6].

Istorijske velike vode mogu se koristiti za precizniju ocenu kvantila velikih voda. Hirš i Štedinger preporučili su algoritam za određivanje kompromisnih verovatnoća za cenzurisane podatke (podaci sa pragom) kao što su istorijske velike vode.

Formule za proračun kompromisne verovatnoće prema Hirš-Štedingeru su različite ukoliko nedostaju različiti podaci ili se pojavljuju neke specifične situacije i postavljaju se GPP i DPP. Razmatrajući istorijske velike vode sa n_h – broj godina koje se odnose na određeni istorijski period pre n_s – broj godina koje se odnose na sistematsko osmatranje protoka (period rada stanice), dobija se ukupan vremenski period $n = n_h + n_s$. Ako je k vrednosti koje su premašile DPP indeksirano sa $i = 1, \dots, k$, aproksimacija kompromisne verovatnoće za prekoračenja sa intervalom $(0, p_e)$ je:

$$p_i = p_e \left(\frac{1-a}{k+1-2a} \right) = \frac{k}{n} \left(\frac{i-a}{k+1-2a} \right) \quad (2)$$

pri čemu $p_e = k / n$ predstavlja verovatnoću prekoračenja praga.

3.1 Primer za niz bez zabeleženog podatka

U sledećoj tabeli (Tabela 2) je prikazan primer za HS Niš koja ima jednu godinu (1988.) bez podataka o protocima, pa je za ovu godinu korišćen PP radi predstavljanja nezabeleženog protoka. U ovom slučaju DPP dodeljena je najmanja vrednost protoka raspoloživog niza godišnjih maksimuma, koja iznosi 46 m³/s, dok je za GPP dodeljena vrednost beskonačno. Proračun kompromisne verovatnoće je sproveden prema jednačini (2) te se kompromisna verovatnoća za protok koji ima vrednost 46 m³/s ($\bar{r}=57$) proračunava na sledeći način:

$$p_i = \frac{57}{58} * \frac{57 - 0}{57 + 1 - 2 * 0} * 100 = 96.58$$

Tabela 2. Proračun kompromisne verovatnoće po Hirš-Štedingeru za HS Niš

Events Analyzed				Ordered Events		
Day	Mon	Year	FLOW cms	Rank	Water- Year	H-S FLOW cms Plot Pos
08	Mar	1962	473.0	1	1963	537.0 1.69
19	Feb	1963	537.0	2	1976	475.0 3.39
21	Feb	1964	161.0	3	1962	473.0 5.88
30	Sep	1965	248.0	4	1966	448.0 6.78
13	Feb	1966	448.0	5	2007	372.0 8.47
12	Jul	1967	196.0	6	1987	352.0 10.17
26	Feb	1968	148.0	7	2010	338.5 11.86
16	Feb	1969	368.0	8	2018	328.0 13.56
06	Jul	1970	278.0	9	2012	307.8 15.25
31	Mar	1971	223.0	10	1981	302.0 16.94
11	Sep	1972	223.0	11	2006	287.0 18.64
28	Mar	1973	210.1	12	2015	283.5 20.33
17	May	1974	235.0	13	1970	270.0 22.03
22	Jun	1975	336.0	14	1969	268.0 23.72
08	Jun	1976	475.0	15	2008	265.2 25.42
30	Sep	1977	176.3	16	2014	259.5 27.11
22	Mar	1978	248.0	17	1980	252.0 28.80
05	Feb	1979	192.0	18	2005	250.0 30.50
21	May	1980	552.0	19	1978	248.0 32.19
14	Mar	1981	302.0	20	1965	248.0 33.89
01	Apr	1982	174.4	21	1974	235.0 35.58
18	Jun	1983	222.0	22	1975	234.0 37.28
28	Mar	1984	161.1	23	2017	230.0 38.97
25	Sep	1985	107.0	24	1972	223.0 40.67
21	Feb	1986	174.4	25	1971	223.0 42.36
02	Apr	1987	352.6	26	1983	222.0 44.05
01	Jan	1988	---	27	1973	210.1 45.75
18	May	1989	120.0	28	1967	196.0 47.44
23	Apr	1990	76.4	29	1979	192.0 49.14
26	May	1991	123.4	30	2003	180.3 50.83
12	Apr	1992	103.0	31	2009	178.5 52.53
29	Mar	1993	85.2	32	1977	176.3 54.22
09	Mar	1994	46.0	33	1986	174.4 55.92
26	Sep	1995	160.0	34	1982	174.4 57.61
26	Sep	1996	129.0	35	2016	167.5 59.30
24	Apr	1997	118.0	36	2004	163.8 61.00
15	Feb	1998	106.6	37	1984	161.1 62.69
28	Sep	1999	134.0	38	1964	161.0 64.39
06	Apr	2000	91.1	39	1995	160.0 66.08
24	Apr	2001	146.0	40	2002	157.0 67.78
12	Jun	2002	157.0	41	2001	140.0 69.47
11	Jan	2003	180.3	42	1968	140.0 71.17
28	Feb	2004	163.8	43	2013	135.3 72.86
19	Apr	2005	250.0	44	1999	134.0 74.55
13	Apr	2006	287.0	45	1996	129.0 76.25
28	Sep	2007	172.0	46	1991	123.4 77.94
16	Apr	2008	265.2	47	1989	120.0 79.64
29	Jan	2009	178.5	48	1997	118.0 81.33
21	Apr	2010	336.5	49	1965	107.0 83.03
20	Mar	2011	61.6	50	1998	106.6 84.72
26	May	2012	307.8	51	1992	103.0 86.41
22	Mar	2013	135.3	52	2008	90.3 88.11
20	Apr	2014	259.5	53	2019	90.3 89.80
29	Mar	2015	283.5	54	1993	85.2 91.50
09	Sep	2016	107.0	55	1990	76.4 93.19
02	Sep	2017	230.0	56	2011	61.6 94.89
04	Mar	2018	328.0	57	1994	46.0 96.58
01	Jan	2019	90.3	58	1988	--- ---

Za $k \gg (1-2a)$, p_i se ne razlikuje od $\frac{i-a}{n+1-2a}$ kada postoji samo jedan prag. Hirš je u svojim istraživanjima primetio da je za prvih k protoka, jednačina (2) identična kompromisnoj verovatnoći po Hejzenu, a veoma bliska kompromisnoj verovatnoći po Gringortenu.

3.2 Primer za niz sa donjim izuzetkom

Ukoliko se u nekom nizu pojave donji izuzeci, onda se kompromisna verovatnoća za te protoke računa prema Medijani. U sledećoj tabeli (Tabela 3) je ilustrovan ovaj primer za HS Piroat za koju je otkriven donji izuzetak, a jedan podatak nedostaje (1985. godina). Proračun kompromisne verovatnoće je sproveden prema jednačini (1) te se kompromisna verovatnoća za protok koji ima vrednost 24 m³/s ($i = 42$) proračunava na sledeći način:

$$p_i = \frac{42 - 0.3}{42 + 1 - 2 * 0.3} * 100 = 98.35$$

Tabela 2. Proračun kompromisne verovatnoće po Hirš-Štedingeru za HS Piroat

Events Analyzed				Ordered Events			
Day	Mon	Year	FLOW cms	Rank	Water Year	FLOW cms	H-S Plot Pos
28	Jan	1977	79.8	1	1981	149.0	2.27
22	Mar	1978	95.7	2	1983	139.0	4.54
03	Apr	1979	92.8	3	2007	135.3	6.81
24	Mar	1980	130.0	4	1980	130.0	9.08
14	Mar	1981	149.0	5	2003	128.4	11.35
01	May	1982	64.3	6	2014	118.0	13.62
02	Jul	1983	139.0	7	2012	116.9	15.89
05	Apr	1984	58.7	8	2015	111.3	18.16
01	Jan	1985	---	9	2005	107.7	20.43
20	Feb	1986	54.8	10	1987	106.0	22.70
01	Apr	1987	106.0	11	2010	101.9	24.97
28	Mar	1988	36.8	12	2018	97.0	27.24
09	May	1989	52.7	13	1978	95.7	29.51
24	Sep	1990	24.0	14	2009	95.0	31.78
26	May	1991	80.8	15	1979	92.8	34.05
13	Jul	1992	58.2	16	2008	89.8	36.32
29	Mar	1993	57.7	17	2006	89.8	38.59
03	Sep	1994	48.9	18	1997	88.4	40.86
29	Sep	1995	62.2	19	1999	84.9	43.13
27	Sep	1996	66.2	20	2017	82.8	45.40
23	Apr	1997	88.4	21	2016	82.4	47.67
18	Feb	1998	77.9	22	1991	80.8	49.94
28	Sep	1999	84.9	23	1977	79.8	52.21
11	Jul	2000	54.3	24	1998	77.9	54.49
09	Apr	2001	54.9	25	2013	75.5	56.76
13	Aug	2002	52.8	26	2019	73.5	59.03
11	Jan	2003	128.4	27	2004	68.0	61.30
27	Mar	2004	68.0	28	1996	66.2	63.57
18	Apr	2005	107.7	29	1982	64.3	65.84
13	Mar	2006	89.8	30	1995	62.2	68.11
27	Sep	2007	135.3	31	1984	58.7	70.38
15	Apr	2008	89.8	32	1992	58.2	72.65
29	Jan	2009	95.0	33	1993	57.7	74.92
16	May	2010	101.9	34	2001	54.9	77.19
06	Jan	2011	50.0	35	1986	54.8	79.46
28	May	2012	116.9	36	2000	54.3	81.73
03	Apr	2013	75.5	37	2002	52.8	84.00
19	Apr	2014	118.0	38	1989	52.7	86.27
29	Mar	2015	111.3	39	2011	50.0	88.54
24	Mar	2016	82.4	40	1994	48.9	90.81
02	Sep	2017	82.8	41	1988	36.8	93.08
14	Mar	2018	97.0	42	1990	24.0*	98.35
01	Jan	2019	73.5	43	1985	---	---

* Outlier

* Low outlier plotting positions are computed using Median parameters.

3.3 Primer za niz bez više zabeleženih podataka

Ako nedostaje više podataka, mogu se za svaki zadati različite vrednost PP. Na sledećem primeru prikazan je slučaj kada se koriste različite visine DPP. U ovom slučaju korišćene su dve vrednosti za DPP, $T_{y1,lower} = 40 \text{ m}^3/\text{s}$ i $T_{y2,lower} = 60 \text{ m}^3/\text{s}$

Na osnovu ovog primera (Tabela 4) vidi se da k predstavlja broj godina u kojima su protoci imali vrednost veću od veće vrednosti postavljene za DPP. U ovom slučaju su se za 41 godinu javili protoci veći od $60 \text{ m}^3/\text{s}$, pa je $k = 41$. Proračun verovatnoće za protok od $71.3 \text{ m}^3/\text{s}$ je:

$$p_i = \frac{41}{56} * \frac{40}{41 + 1} * 100 = 69.73$$

Tabela 4. Proračun kompromisne verovatnoće po Hirš-Štedingeru za HS Knjaževac

Events Analyzed				Ordered Events			
Day	Mon	Year	FLOW cms	Rank	Water Year	FLOW cms	H-S Plot Pos
27	Apr	1964	226.0	1	1973	321.0	1.74
03	Mar	1965	158.0	2	1987	306.8	1.49
04	Jun	1966	203.0	3	1976	293.0	5.23
05	Feb	1967	37.9	4	2010	267.0	6.97
24	Feb	1968	34.0	5	1964	226.0	8.72
09	Jun	1969	182.0	6	1966	203.0	10.46
25	May	1970	99.6	7	1986	193.0	12.20
17	Mar	1971	151.0	8	2014	186.7	13.95
11	Sep	1972	120.0	9	1969	182.0	15.69
10	Jun	1973	321.0	10	2005	164.6	17.43
16	May	1974	105.0	11	1982	162.0	19.18
14	Jun	1975	144.0	12	1965	158.0	20.92
07	Jun	1976	293.0	13	1971	151.0	22.66
16	Mar	1977	95.6	14	2018	146.0	24.40
23	Mar	1978	88.4	15	1995	145.4	26.15
05	Feb	1979	58.0	16	1975	144.0	27.89
01	Jan	1980	---	17	2001	139.2	29.63
01	Jan	1981	---	18	2012	136.3	31.38
30	Apr	1982	162.0	19	2015	131.4	33.12
18	Jun	1983	51.3	20	1990	131.0	34.86
03	Mar	1984	71.3	21	1972	120.0	36.61
13	May	1985	93.6	22	2008	114.3	38.35
20	Feb	1986	193.0	23	1991	111.4	40.09
01	Apr	1987	306.8	24	1974	105.0	41.84
30	Mar	1988	53.1	25	1970	99.6	43.58
09	May	1989	29.6	26	2016	98.7	45.32
22	Apr	1990	131.0	27	1977	95.6	47.07
26	May	1991	111.4	28	1985	93.6	48.81
19	Apr	1992	62.8	29	1996	92.7	50.55
19	Mar	1993	25.7	30	1999	90.7	52.30
14	Apr	1994	17.1	31	2009	89.8	54.04
26	Sep	1995	145.4	32	1978	88.4	55.78
04	Apr	1996	92.7	33	2004	85.6	57.53
05	Apr	1997	75.7	34	2007	78.3	59.27
14	Feb	1998	25.3	35	2019	76.2	61.01
28	Sep	1999	90.7	36	2006	75.8	62.76
26	Apr	2000	33.0	37	1997	75.7	64.50
24	Apr	2001	139.2	38	2003	73.0	66.24
12	Jun	2002	48.4	39	2017	71.9	67.98
14	Apr	2003	73.0	40	1984	71.3	69.73
28	Feb	2004	85.6	41	1992	62.8	71.47
18	Apr	2005	164.6	42	1979	58.0	74.85
13	Apr	2006	75.8	43	2011	54.1	76.49
27	Sep	2007	78.3	44	1988	53.1	78.13
16	Apr	2008	114.3	45	1983	51.3	79.77
28	Sep	2009	89.8	46	2013	50.3	81.41
21	Feb	2010	267.0	47	2002	48.4	83.05
14	Mar	2011	54.1	48	1967	37.9	86.61
24	May	2012	136.3	49	1968	34.0	88.52
26	Feb	2013	50.3	50	2000	33.0	90.43
26	May	2014	186.7	51	1989	29.6	92.35
29	Mar	2015	131.4	52	1993	25.7	94.26
09	Sep	2016	98.7	53	1998	25.3	96.17
05	Feb	2017	71.9	54	1994	17.1	98.09
04	Mar	2018	146.0	55	1981	---	---
01	Jan	2019	76.2	56	1980	---	---

(j - 1) – ti prag

j – ti prag

Ovakav proračun kompromisne verovatnoće važi samo za protoke koji se nalaze iznad najveće vrednosti DPP, dok se za vrednosti protoka koje se nalaze između dva praga, kompromisna verovatnoća dobija po sledećoj formuli:

$$p_i = p_{e_{j-1}} + (1 - p_{e_{j-1}}) * q_{e_j} * \left(\frac{i - a}{k_j + 1 - 2a} \right) \quad (3)$$

gde je q_{e_j} – uslovna verovatnoća koja se odnosi na to da se protok javi između j – tog i $(j - 1)$ – tog praga, i izračunava se po sledećoj formuli:

$$q_{e_j} = \frac{k_j}{n_j - \sum_{l=1}^{j-1} k_l} \quad (4)$$

pri čemu:

k_j – predstavlja broj protoka koji premašuju prag j , ali ne i bilo koji viši prag $(j - 1)$,

n_j – predstavlja broj godina za koje se primenjuje prag $T_{y1,lower}$ (Q_j) umanjen za sumu svih protoka k_l koji premašuju bilo koji $(j - 1, j - 2, \dots)$ veći prag tokom perioda n_j .

Na ovom primeru (Tabela 4) to bi se odnosilo na vrednosti koje se nalaze između $i = 41$ i $i = 48$. Za $i > 48$, odnosno za protoke koji imaju vrednosti niže od najmanje vrednosti DPP, proračun kompromisne verovatnoće vrši se po sledećoj formuli:

$$p_r = p_e + (1 - p_e) * \left(\frac{r - a}{n_s - e_s + 1 - 2a} \right) \quad (5)$$

U ovom slučaju k predstavlja broj godina u kojima su protoci imali vrednost veću od $T_{y1,lower}$, što u ovom slučaju iznosi 47. Indeks r dobija vrednost 1 za prvu godinu koja se nalazi ispod $T_{y1,lower}$ ($i = 48$).

4. ZAKLJUČNI KOMENTARI

Analiza velikih voda na nepotpunim nizovima podataka može se sprovesti bez gubljenja dragocenih informacija o protocima zahvaljujući konceptu pragova percepcije, uvedenom u nove preporuke za ocenu velikih voda u SAD – Biltenu 17c. Za pravilno postavljanje PP, prema B17c poželjno je imati informacije o mogućim vrednostima protoka koji su se javili u periodu bez registrovanih protoka. Nedavno sprovedenim istraživanjima [1] i [7] pokazano je da

te informacije nisu ujedno i neophodne. Na osnovu raspoloživog niza podataka moguće je izabrati odgovarajuće vrednosti za DPP i dobiti relevantne ocene velikih voda.

Proračunom kompromisne verovatnoće prema Hirš-Štedingerovom izrazu, takođe novini primenjenoj u B17c, omogućeno je bolje prilagođavanje teorijske raspodele verovatnoće LP3 dostupnim podacima. Radi ilustracije načina proračuna kompromisne verovatnoće prema ovom izrazu, u radu su prikazane tri karakteristične situacije u inženjerskoj praksi: 1) kada nedostaje jedan podatak osmatranja i postavlja se jedan prag percepcije, 2) kada se pojavljuje donji izuzetak u nizu i 3) kada se postavljaju dva donja praga percepcije.

Istraživanja [1] i [7] su pokazala da vrednost maksimalnog i prosečnog protoka raspoloživog niza predstavljaju dobar izbor za DPP kod velikih slivova. U ovim istraživanjima je takođe uočeno da se kod većeg broja registrovanih donjih izuzetaka u malim i srednjim slivovima, bolji rezultati dobijaju kada se koristi najmanja osmotrena vrednost kao DPP.

Zahvaljujući fleksibilnom izrazu Hirša i Štedingera za proračun kompromisne verovatnoće, uz poboljšanje metode za ocenu parametara Log-Pirson 3 (LP3) teorijske raspodele verovatnoće pomoću Algoritma očekivanih momenata (*Expected Moments Algorithm – EMA*), omogućeno je da se protoci koji nedostaju predstave pomoću intervala ili pragova percepcije.

5. LITERATURA

- [1] Blagojević, B., Mihailović, V., Đokić, N., (2020): Ocena kvantila velikih voda iz nepotpunih nizova osmatranja na većim slivovima u Srbiji primenom pragova percepcije. *Vodoprivreda* 0350-0519, Vol. 52 (2020) No. 306-308 p.259-272.
- [2] Patricia Tencaliec, Anne-Catherine Favre, Clementine Prieur, Thibault Mathevet: Reconstruction of missing daily streamflow data using dynamic regression models. *Water Resources Research, American Geophysical Union*, 2015, 51 (12), pp. 9447-9463. 10.1002/2015WR017399. hal-01245238.
- [3] Popović, B. i Blagojević B. (2003): *Matematička statistika sa primenama u hidrotehnici*. Izdavačka jedinica Univerziteta u Nišu, Niš.
- [4] John F. England, Jr., U.S. Army Corps of Engineers Timothy A. Cohn, U.S. Geological Survey (deceased) Beth A. Faber, U.S.

Army Corps of Engineers Jery R. Stedinger, Cornell University Wilbert O. Thomas, Jr., Michael Baker International Andrea G. Veilleux, U.S. Geological Survey Julie E. Kiang, U.S. Geological Survey Robert R. Mason, Jr., U.S. Geological Survey: Guidelines for Determining Flood Flow Frequency Bulletin 17C.

- [5] Jasna Plavšić i saradnici (2012): Preporuke za statističku analizu velikih voda na profilima hidroloških stanica (na izučenim slivovima). Izrada metodologije za standarizaciju proračuna velikih voda u Srbiji – I faza.
- [6] Rober M. Hirsch, Jery R. Stedinger: Plotting positions for Histroical Floods and Their Precision. Water Resources Research, VOL. 23, NO. 4, PAGES 715-727, APRIL 1987.
- [7] Đokić N., Blagojević B., Mihailović V. (2021) Missing data representation by perception thresholds in flood flow frequency analysis. Journal of Applied Engineering Scince - Volume 19 article 810 pages: 432-438.